

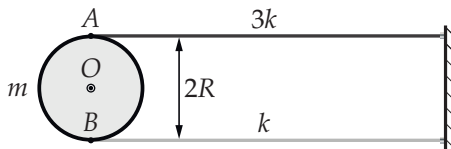


## Условия задач, ответы и критерии оценивания

### 1. На резинках (6 баллов)

Крюков П. А.

Масса горизонтально расположенного колеса, насаженного на вертикальную ось  $O$  (см. рисунок), равна  $m$  и равномерно распределена по его границе — окружности радиусом  $R$ . В точках  $A$  и  $B$ , лежащих на одном диаметре, закреплены резиновые нити жёсткостью  $k$  и  $3k$ . Другие концы нитей присоединены к вертикальной стене. В положении равновесия отрезок  $AB$  располагается параллельно стене, нити не провисают, но и не деформированы, расстояние между ними равно  $2R$ .



**А.** Пусть диск может вращаться, не испытывая трения, вокруг оси. Определите период малых колебаний диска. (2 балла)

**В.** Ось вращается по часовой стрелке с достаточно большой постоянной угловой скоростью. Трение между осью и колесом сухое. Максимальный момент сил трения, действующих на колесо равен  $M_0$  ( $M_0 \ll kR^2$ ). Сначала колесо удерживают, при этом нити остаются нерастянутыми, потом отпускают.

В1) Через какое время после этого угловая скорость колеса станет максимальной? Чему равна эта максимальная скорость? (3 балла)

В2) Как изменится ответ, если ось будет вращаться против часовой стрелки? (1 балл)

**Ответ:** А)  $T = \pi \left( \sqrt{\frac{m}{k}} + \sqrt{\frac{m}{3k}} \right)$ . В1)  $t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$ ,  $\omega_{\max}^{(1)} = \frac{M_0}{R^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{km}}$ ; В2)  $t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{3k}}$ ,  $\omega_{\max}^{(2)} = \frac{M_0}{R^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3km}}$ .

### Критерии

В силу простоты задачи, оценивать решения предлагается на основе распределения баллов, данного в условии с учётом следующих дополнительных соображений.

Приводится правильный ответ, но отсутствует какое-либо обоснование, или ответ следует из неверных рассуждений (за исключением пункта В2) — количество баллов за соответствующий пункт уменьшается на 50 %.

Ответ оказался неправильным в силу вычислительных ошибок, при этом решение с физической точки зрения абсолютно верное — количество баллов за соответствующий пункт снижается на 50 %.

Правильный обоснованный ответ на каждый из

вопросов п. В1) оценивается в 1,5 балла.

Следует избегать распространения ошибки в ответе к п. В1) на п. В2).

### 2. Похоже на сплит-систему (7 баллов)

Крюков П. А.

Тепловая машина комнатной сплит-системы работает по обратному циклу Карно, при этом можно считать, что температуры в комнате и на улице соответствуют температурам на изотермах цикла. Летом, когда температура за окном равна  $+27^\circ\text{C}$ , сплит-система, работая в режиме кондиционирования (как холодильный агрегат), поддерживает в комнате температуру  $+17^\circ\text{C}$  и потребляет от электросети среднюю мощность  $N_1$ . В начале зимы, когда температура на улице опускается до  $-3^\circ\text{C}$ , в сплит-системе включается режим теплового насоса, и она поддерживает в комнате ту же температуру  $+17^\circ\text{C}$ , что и летом, потребляя среднюю мощность  $N_2$ . Можно считать, что тепловой поток (через окна и стены) пропорционален разности температур в комнате и на улице с одинаковым коэффициентом пропорциональности летом и зимой. Найдите отношение мощностей  $n = \frac{N_2}{N_1}$ , потребляемых сплит-системой при работе в разных режимах.

**Ответ:**  $\frac{N_2}{N_1} = 4$ .

### Критерии

Верный ответ, подкреплённый непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оценивается полным баллом. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

Решение с физической точки зрения правильное, основные соотношения, позволяющие свести задачу к решению системы уравнений, записаны верно, однако в силу вычислительных ошибок получен неверный ответ — 5 баллов.

Указывается, что в стационарном состоянии тепловой поток в комнату (из комнаты), обусловленный теплопроводностью стен и окон, компенсируется тепловым потоком, порождаемым тепловой машиной, работающей в одном из режимов, — 1 балл.

Для летнего случая правильно разобран холодильный режим работы сплит-системы. Записано верное соотношение, связывающее потребляемую сплит-системой мощность  $N_1$  и тепловой поток в комнату, — 1,5 балла.

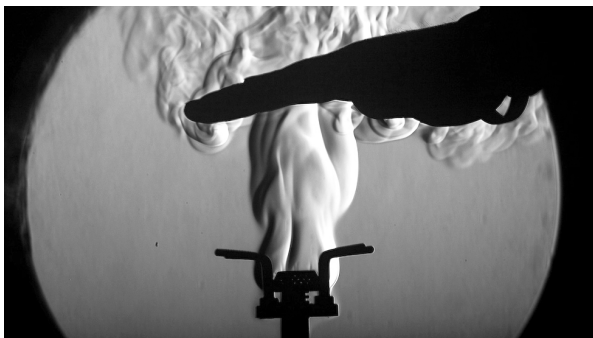
Без ошибок рассматривается работа сплит-системы в режиме теплового насоса. Записано верное соотношение, связывающее потребляемую сплит-системой мощность  $N_2$  и тепловой поток из комнаты, — 1,5 балла.

Баллы, полученные за промежуточные результаты, описанные в последних трёх абзацах, суммируются.

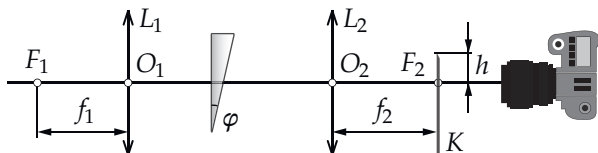
### 3. Шлирен-метод (9 баллов)

Крюков П. А.

Для фотографирования оптических неоднородностей в прозрачных средах часто применяют *шлирен-метод*. На фотографии ниже (Flickr.com, авт.: Phil Taylor) можно видеть потоки горячего воздуха, порождаемые пламенем газовой горелки и обтекающие ладонь человека.

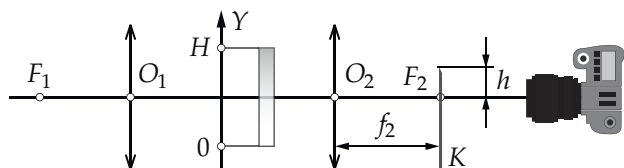


Шлирен-метод может быть реализован по схеме, изображённой на рис. ниже. Две тонкие линзы  $L_1$  и  $L_2$  располагаются так, что их оптические оси совпадают. В фокусе одной линзы, в т.  $F_1$  находится точечный источник света, а в фокальной плоскости другой (т.  $F_2$ ) — *нож Фуко* — большой непрозрачный экран  $K$  с острой кромкой, выступающей над уровнем оптической оси на небольшое расстояние  $h$ . Фокальная плоскость объектива фотоаппарата совпадает с фокальной плоскостью линзы  $L_2$ .



**А.** Пусть между линзами располагается (см. рис. выше) призма с малым преломляющим углом  $\varphi$  и показателем преломления  $n$ . Фокусное расстояние линзы  $L_2$  равно  $f_2$ . При каких значениях  $h$  на фотографии будет виден только серый фон? (3 балла)

**В.** Призму заменяют на плоско-параллельную пластинку (см. рис. ниже) толщиной  $d$  и высотой  $H$  ( $d \ll H$ ), показатель преломления которой линейно зависит от координаты  $y$ :  $n(y) = n_0 \left(1 + \frac{\alpha y}{H}\right)$ , значения  $n_0$  и  $\alpha$  ( $\alpha \ll 1$ ) считаются известными.



При каких значениях  $h$  в этом случае на фотографии будет виден только серый фон? (5 баллов)

**С.** Коротко объясните (два-три предложения), по-

чему на фотографии в начале задачи ладонь и горелка — тёмные, а потоки воздуха — светлые, а также почему все изображения видны на фоне серого круга. (1 балл)

**Ответ:** А)  $h > \varphi(n - 1)f_2$ ; В)  $h > \frac{\alpha n_0 d f_2}{H}$ . С) В потоках воздуха, возникающих над пламенем, показатель преломления заметно меняется на небольшой длине. Это приводит к отклонению лучей, проходящих через область нагретого воздуха. Далее они проходят выше ножа Фуко и попадают в объектив фотоаппарата, поэтому потоки изображаются светлыми. Горелка и ладонь перекрывают путь лучам, поэтому изображаются тёмными. Возникновение серого круга, на фоне которого наблюдаются и горелка, и ладонь, и потоки нагретого воздуха, может быть обусловлено разными факторами. Например, реализовать точечный источник света на практике достаточно сложно, линзы могут быть неидеальными (фокус не в точке), частично материал линз может рассеивать падающий свет.

### Критерии

Верные ответы на вопросы частей **А** и **В**, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. Любые обоснованные утверждения в ответе на вопрос части **С** оцениваются полным баллом, даже если даны ответы не на все вопросы этой части. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

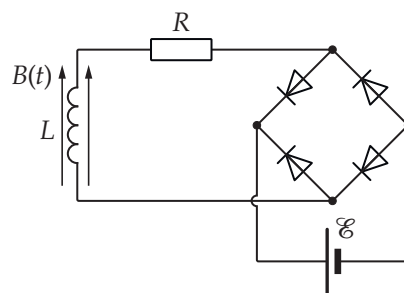
При ответе на вопрос части **А** указывается, что призма отклоняет лучи на угол  $\varphi(n - 1)$  (больше ничего в этой части не сделано) — 1 балл.

Получено выражение (любым способом) для угла, на который отклоняет лучи пластинка при ответе на вопрос части **В** — 4 балла.

Указывается, что лучи отклонённые на угол  $\beta$  пересекают фокальную плоскость линзы на расстоянии  $h = \beta f$  от главной оптической оси — 1 балл.

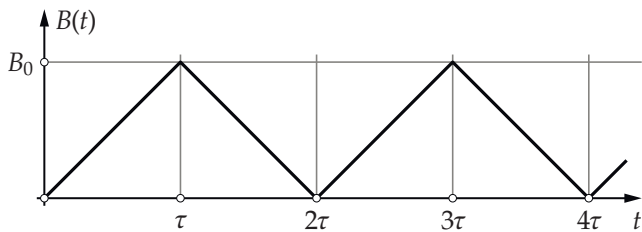
### 4. Магнитная зарядка (12 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А., Бычков А. И. Аккумулятор с ЭДС  $\mathcal{E}$ , внутреннее сопротивление которого можно считать равным нулю, заряжают в цепи, изображённой на рисунке.



Диодный мост состоит из идеальных диодов, открывающихся при нулевом напряжении. катушка индуктивностью  $L$  располагается в области пе-

риодически изменяющегося магнитного поля  $B(t)$ . Можно считать, что сопротивление катушки и подводящих проводов сосредоточено в резисторе сопротивлением  $R$ . Катушка намотана на сердечник в виде полого цилиндра сечением  $S$  и содержит  $N$  витков. Внешний радиус катушки незначительно отличается от внутреннего. Индукция магнитного поля  $B(t)$ , создаваемого внешними источниками, направлена вдоль оси катушки. Можно считать, что внутри сердечника поле однородно. Фрагмент зависимости индукции поля от времени показан на графике ниже. Постоянные  $B_0$  и  $\tau$  считаются известными, при этом их значения таковы, что схема может обеспечить зарядку аккумулятора за конечное время.



**А.** Известно, что параметры схемы удовлетворяют соотношению  $\frac{L}{R} \ll \tau$ . Определите заряд, протекающий через аккумулятор за время  $t_0$ . (4 балла)

**В.** Пусть сопротивление  $R$  настолько мало, что выполняется условие:  $\frac{L}{R} \gg \tau$ . Найдите средний ток, текущий через аккумулятор спустя длительное время после начала зарядки. (8 баллов)

Ответ: А)  $q_0 = \frac{B_0 NS - \mathcal{E} \tau}{R} \cdot \frac{t_0}{\tau}$ . В)  $\langle i(t) \rangle = \frac{(B_0 NS)^2 - \mathcal{E}^2 \tau^2}{4LB_0 NS}$ .

### Критерии

Верные ответы на вопросы частей **А** и **В**, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. При этом доказательство того факта, что в части **В** происходит выход зависимости  $i(t)$  на стационарный режим не требуется. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

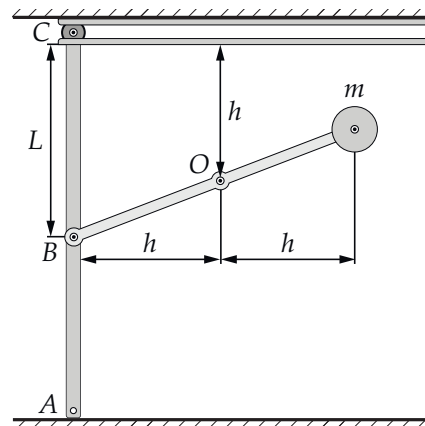
При ответе на вопрос части **А** указывается, что слагаемым, описывающим самоиндукцию можно пренебречь (больше ничего в этой части не сделано) — 1 балл.

В части **В** в результате обоснованных рассуждений получен верный вид зависимости  $i(t)$ , однако нет утверждения о том, что со временем наступает стационарный режим — 4 балла. В части **В** вычислительные ошибки при совершенно верных с физической точки зрения рассуждениях (которые в случае отсутствия ошибок привели бы к правильному ответу) — 5 баллов.

### 5. Ворота (18 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А., Бычков А. И.

Механизм, при помощи которого производится подъём откидных ворот гаража, изображён на рисунке ниже, при этом ворота  $ABC$  находятся в вертикальном положении (закрыты). Прикладывая силу к ручке, расположенной у нижнего края ворот в т.  $A$ , можно перевести ворота в горизонтальное положение (открыть). При подъёме ворот ролик  $C$ , закреплённый на их верхнем крае, движется по горизонтальному направляющему. В т.  $B$  ( $AB = BC = L$ ) ворота шарнирно соединены с коромыслом, которое может вращаться вокруг неподвижной оси  $O$ . На другом конце коромысла находится груз массой  $m = 25$  кг. Ворота можно считать тонкой однородной пластиной массой  $M = 30$  кг. Массой коромысла и ролика, любыми видами трения, а также линейными размерами ролика и груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения и значения параметров, указанных на рисунке, равны:  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>,  $L = 92$  см,  $h = 65$  см. В верхнем положении ворота фиксируются защёлкой.



**А.** А1) Какую силу  $F_1$ , перпендикулярную воротам, необходимо прикладывать к ручке, чтобы удерживать ворота неподвижно при горизонтальном положении коромысла? (2 балла)

А2) Какую минимальную (!) силу  $F_2$  необходимо прикладывать к ручке, чтобы ворота оставались неподвижными при горизонтальном положении коромысла? (4 балла)

**В.** Пусть при очень медленном подъёме ворот из начального вертикального положения в конечном горизонтальном к ручке в каждый момент времени прикладывается минимальная необходимая для подъёма сила. Чему равно максимальное значение  $F_{\max}$  этой минимальной силы? (8 баллов)

**С.** Если в верхнем положении открыть защёлку, то ворота начнут двигаться вниз, а коромысло — поворачиваться. Определите скорость нижней точки ворот в момент, когда она коснётся земли. (4 балла)

Ответ: А1)  $F_1 \approx \frac{\sqrt{2(M-m)g}}{3} \approx 23,6$  Н;

$$A2) F_2 \approx \frac{(M-m)g}{\sqrt{5}} \approx 22,4 \text{ Н};$$

$$B) F_{\max} = \frac{(M-m)g}{2} = 25 \text{ Н};$$

$$C) v_A = \sqrt{\frac{6gL(M-m)}{M}} \approx 3 \text{ м/с}.$$

### Критерии

Предлагается оценивать решения на основе распределения баллов, указанного в условии, с учётом следующих рекомендаций.

Ошибки при преобразованиях (или вычислительные) в частях **A**, **B** и **C** при условии, что принципиально сделано правильно, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 25%.

Если в части **B** решение в принципе отличается от авторского (например, записываются законы Ньютона и уравнения моментов), то обоснованное решение, приводящее к верным числовым ответам, оценивается полным баллом. Решение, содержащее незначительные вычислительные ошибки, но принципиально верное, оценивается в 6 баллов. Решение, содержащее ошибки в преобразованиях, существенно влияющие на его дальнейший ход, при этом принципиально правильное, оценивается в 3 балла.